Die Bestimmung der natürlichen Höhe der Arbeitslosigkeit mittels des Hodrick-Prescott-Filterverfahrens

Georg Stadtmann

Carsten Croonenbroeck

European University Viadrina Frankfurt (Oder)

Department of Business Administration and Economics

Discussion Paper No. 410

February 2019

ISSN 1860 0921

Die Bestimmung der natürlichen Höhe der Arbeitslosigkeit mittels des Hodrick-Prescott-Filterverfahrens

Georg Stadtmann, Europa-Universität Viadrina, Frankfurt (Oder)[a]

Carsten Croonenbroeck, Universität Rostock[b]

Februar 2019

Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird zunächst gezeigt, welche Rolle die natürliche Höhe der Arbeitslosigkeit in der empirischen Makroökonomik spielt. es wird insbesondere auf die Taylor-Regel, Okun's Gesetz und das strukturelle Defizit des Staatshaushalts eingegangen. Anschließend wird gezeigt, wie man die natürliche Arbeitslosigkeit mittels des Hodrick-Prescott-Filters (HP-Filter) bestimmen kann. Diese Analyse wird in Excel durchgeführt und erfolgt mittels des Excel-Solvers.

Kontakt

[a] Georg STADTMANN, Europa-Universität Viadrina, Department of Economics, Grosse Scharrnstrasse 59, 15230 Frankfurt (Oder), Germany, `stadtmann@europa-uni.de`

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung **1**

2 Taylor-Regeln, Okuns Gesetz und konjunkturneutrale Staatshaushalte **3**

2.1 Taylor-Regeln . . . 3
2.2 Das Okun'sche Gesetz . . . 4
2.3 Strukturelles Defizit in Spanien . . . 5

3 Das Hodrick-Prescott-Filterverfahren **7**

3.1 Beschreibung des HP-Filters . . . 8
3.2 HP-Filter in Excel . . . 10
3.3 Variationen des λ-Parameters . . . 12

4 Zusammenfassung **14**

Literatur **15**

Antworten **17**

Abbildungsverzeichnis

1 Auslastungsgrad in % des Produktionspotentials . . . 18
2 Screenshot: Aufbau des Tabellenblatts . . . 19
3 Excel-Solver . . . 20
4 Arbeitslosenquote, natürliche Höhe der Arbeitslosenquote und Unemployment Gap ($\lambda = 1600$) . . . 21
5 Arbeitslosenquote, natürliche Höhe der Arbeitslosenquote und Unemployment Gap ($\lambda = 0$) . . . 22
6 Arbeitslosenquote, natürliche Höhe der Arbeitslosenquote und Unemployment Gap ($\lambda = 100.000$) . . . 23

1 Einführung

Makroökonomie ist das Studium der Wirtschaftstätigkeit auf der aggregierten Ebene, welche die gesamte Wirtschaft und nicht nur einzelne Märkte umfasst. Im Mittelpunkt der Analyse steht oftmals der Konjunkturzyklus, also die Entwicklung der Wirtschaft im Zeitablauf. Der Konjunkturzyklus besteht aus Auf- und Abschwungphasen, sowie Boomphasen und Rezessionen (siehe Abbildung 1). Analysen der geschlossenen Volkswirtschaft, d.h. ohne die Betrachtung von Im- und Exporten von Gütern und Kapital, fokussieren sich insbesondere auf drei wichtige makroökonomische Größen: Die Inflationsrate, das Wachstum des Bruttoinlandsprodukts (BIP) sowie die Arbeitslosenquote. Eine Rezession ist durch eine geringe oder negative Wachstumsrate des BIPs, eine geringe Inflationsrate (oder sogar eine Deflation) und eine hohe Arbeitslosenquote gekennzeichnet.

– Abbildung 1 hier einfügen –

In Bezug auf Arbeitslosigkeit ist anzumerken, dass eine hohe Arbeitslosenquote umgekehrt nicht unbedingt ein Anzeichen für eine Rezession sein muss. Vielmehr könnte eine hohe Arbeitslosenquote auch auf ein strukturelles Problem am Arbeitsmarkt hindeuten, sodass eine hohe strukturelle und keine konjunkturelle Arbeitslosigkeit vorliegt.

Unemployment Gap

Um diesem Sachverhalt Rechnung zu tragen, wird in der Regel eine sogenannte Unemployment Gap berechnet ($U - U_n$). Dies ist die Differenz zwischen der Arbeitslosenquote (U) und der Quote der natürlichen Höhe der Arbeitslosigkeit (U_n). Die natürliche Höhe der Arbeitslosigkeit würde sich einstellen, wenn die Volkswirtschaft normal ausgelastet wäre und im stilisierten Konjunkturzyklus den Wert von 100 % annähme. Zur Ableitung der natürlichen Höhe der Arbeitslosigkeit in einem makroökonomischen Modell siehe z. B. das Arbeitsmarktmodell (Blanchard/Illing Kapitel 6) oder das AS-AD-Modell (Blanchard/Illing Kapitel 7).

Andere wichtige makroökonomische Größen wie z. B. der Budgetsaldo des Staatshaushalts korrelieren ebenfalls mit dem Konjunkturzyklus. In einer Rezessionsphase brechen die Einnahmen des Staates ein, da Steuern auf Unternehmensgewinne oder Einkommen erhoben werden und Unternehmensgewinne in einer Rezession eben niedriger ausfallen. Die Staatsausgaben hingegen steigen an, da Arbeitslosenunterstützung und Sozialausgaben zu leisten sind. Somit wird in einer Rezession der Staatshaushalt tendenziell in ein Defizit geraten oder sich ein bestehendes Defizit vergrößern. In einer Phase des Booms sollte sich dann der Saldo des Staatshaushalts wieder verbessern und positive Werte aufweisen. Somit werden bestenfalls aufgebaute Defizite aus der Rezessionsphase durch Überschüsse in der Boomphase ausgeglichen. Ist dies der Fall, so spricht man auch davon, dass kein *'strukturelles Defizit'* vorliegt (Gabler Wirtschaftslexikon).

Um diesem Sachverhalt Rechnung zu tragen, wird in Publikationen volkswirtschaftlicher Datenbanken nicht nur der Saldo des Staatshaushalts ausgewiesen, sondern auch das sogenannte strukturelle Defizit.

- In diesem Beitrag wird zunächst gezeigt, warum die Bestimmung der natürlichen Arbeitslosenquote in der empirischen makroökonomischen Analyse eine wichtige Rolle einnimmt.
- In den letzten Jahren hat die Europäische Kommission die Methode zur Bestimmung des strukturellen Saldos des Staatshaushalts verändert. Die diesbezüglich entstandene Diskussion in der Wirtschaftspresse wird kurz skizziert.
- Da unterschiedliche Methoden existieren, lässt dies die Frage aufkommen, wie die Unemployment Gap berechnet werden kann. Dazu wird das Hodrick-Prescott-Filterverfahren und dessen wichtigste Stellschraube vorgestellt.

2 Taylor-Regeln, Okuns Gesetz und konjunkturneutrale Staatshaushalte

2.1 Taylor-Regeln

Die natürliche Höhe der Arbeitslosenquote wird häufig in empirischen Forschungsarbeiten verwendet. In der Geldpolitik werden z. B. geldpolitische Regeln eingesetzt, um zu erklären, wie Zentralbanken ihren Leitzins bestimmen. In einer solchen geldpolitischen Regel kann die natürliche Höhe der Arbeitslosigkeit dazu dienen, die jeweilige Position im Konjunkturzyklus zu bestimmen.

Taylor Regel mit Unemployment Gap

Eine relative bekannte geldpolitische Regel stammt von Taylor (1993) und wird deshalb als Taylor-Regel bezeichnet. In der geldpolitischen Forschung existieren verschiedenste Spezifikationen dieser Regel. Nechio (2011) nutzt folgende Spezifikation, um den Taylor-Zins (Taylor Rate, TR) zu bestimmen:

$$TR = r^* - 0,5 \cdot p^* + 1,5 \cdot p - 1 \cdot (U - U_n) \tag{1}$$

Der Taylor-Zins ist eine Funktion des gleichgewichtigen Realzinses (r^*), der Zielinflationsrate (p^*), der aktuellen Inflationsrate ($p^)$ und der Unemployment Gap ($U - U_n$). Die Zahlenwerte stellen Gewichtungsfaktoren dar.

Die Funktion zeigt an, dass die Zentralbank den Leitzins um 1,5 Prozentpunkte erhöhen sollte, falls die Inflationsrate um einen Prozentpunkt steigt. In einer Aufschwungphase, in der die Inflationsrate ansteigt, sollte die Zentralbank den Leitzins also erhöhen. Falls die Unemployment Gap um einen Prozentpunkt ansteigt, sollte die Zentralbank den Leitzins um einen Prozentpunkt senken.

Frage 1: Welchen Wert sollte der Leitzins (TR) annehmen, falls die

Volkswirtschaft sich im Gleichgewicht befindet? Das Inflationsziel sei $p^* = 2\%$ und der gleichgewichtige Realzins ebenfalls $r^* = 2\%$.

Anhand Gleichung (1) wird deutlich, dass eine Zentralbank zunächst die natürliche Höhe der Arbeitslosigkeit bestimmen muss, um eine solche Regel anwenden zu können. Da es unterschiedliche Verfahren zur Bestimmung der natürlichen Höhe der Arbeitslosigkeit gibt, können daraus auch unterschiedliche Taylor-Zinsen abgeleitet werden. Unterschiedliche Taylor-Zinsen liefern dann wiederum Spielraum für geldpolitische Diskussionen (Bernanke 2015).

2.2 Das Okun'sche Gesetz

Okun: Differenzenversion

Eine weitere Anwendung der natürlichen Höhe der Arbeitslosigkeit besteht in der Schätzung des Okun'schen Gesetzes. In Lehrbüchern (Blanchard/Illing S. 64) ist folgende Version des Okun'schen Gesetzes zu finden, die als Differenzenversion bezeichnet wird:

$$U_t - U_{t-1} = \alpha + \beta \cdot \Delta rBIP\%_t + \varepsilon_t \tag{2}$$

Somit wird hier ein Zusammenhang zwischen der zeitlichen Veränderung der Arbeitslosigkeit ($U_t - U_{t-1}$) und der wirtschaftlichen Entwicklung – approximiert durch die Wachstumsrate des realen BIPs ($\Delta rBIP\%$) – geschätzt. Der Fehlerterm wird in der Regressionsgleichung durch die Variable ε dargestellt. Der β-Koeffizient wird auch als Okun-Koeffizient bezeichnet und sollte ein negatives Vorzeichen aufweisen.

Frage 2: Angenommen, in einem Land wächst die Wirtschaftsleistung (das reale BIP) um ein Prozent. Geschätzte Werte seien wie folgt bekannt: $\hat{\alpha} = 1$ und $\hat{\beta} = -2$. Welche Aussage über die Veränderung der Arbeitslosenquote können Sie dann treffen? Was wäre, wenn die beiden Parameter die Werte $\hat{\alpha} = 2$ und $\hat{\beta} = -2$ annehmen?

Okun: Gap-Version

Anstatt der Differenzenversion wird jedoch auch die sogenannte Gap-Version geschätzt (Ball/Leigh/Loungani):

$$U_t - U_{nt} = \alpha + \beta \cdot (y_t - y_{nt}) + \varepsilon_t \tag{3}$$

Auf der linken Seite der Gleichung befindet sich die Unemployment Gap. Auf der rechten Seite der Gleichung befindet sich die Output Gap, also die relative Abweichung des aktuellen BIPs von der natürlichen Höhe des BIPs. Auch anhand dieser Spezifikation wird deutlich, dass die natürliche Höhe der Arbeitslosigkeit benötigt wird, um den Okun-Zusammenhang in der Gap-Version zu schätzen.

2.3 Strukturelles Defizit in Spanien

Die Methode zur Berechnung der natürlichen Arbeitslosigkeit spielte auch eine Rolle in einer Diskussion in der Wirtschaftspresse, die sich in den Jahren 2013/2014 ereignete. Die südländischen Krisenstaaten und hier insb. Spanien wiesen einen sehr hohen Anstieg der Arbeitslosigkeit auf. In Spanien stieg die Arbeitslosigkeit von einem Niveau von 8,0 % in 2007 auf ein Niveau von 26,2 % in 2013. Dies lässt die Frage aufkommen, ob dieser Anstieg eine konjunkturelle oder eine strukturelle Ursache hat.

Wenn der Anstieg ein konjunkturelles Phänomen wäre, wäre der Anstieg nur temporärer Natur und würde sich in der nächsten Boomphase wieder abbauen. Da nur die tatsächliche Arbeitslosenquote ansteigt ($U \uparrow$), die natürliche Arbeitslosenquote jedoch konstant bliebe ($\bar{U}_n$), würde die Unemployment Gap $(U \uparrow - \bar{U}_n) \uparrow$ ansteigen:

$$(U \uparrow) \& (\bar{U}_n) \rightarrow (U \uparrow - \bar{U}_n) \uparrow \tag{4}$$

Dies hätte zur Folge, dass dem spanischen Staat erlaubt würde, ein höheres Defizit im Staatshaushalt zu fahren.

Wenn der Anstieg ein strukturelles Phänomen wäre, wäre der Anstieg permanent und würde sich in der nächsten Boomphase eben nicht wieder abbauen. Da sowohl die tatsächliche ($U \uparrow$) als auch die natürliche Arbeitslosenquote ($U_n \uparrow$) anstiege, bliebe die Unemployment Gap womöglich konstant:

$$(U \uparrow)\&(U_{n\uparrow}) \rightarrow (U \uparrow - U_{n\uparrow}) \tag{5}$$

Die Unemployment Gap würde also trotz eines relativ hohen Anstiegs der Arbeitslosenquote relativ gering ausfallen. Somit wäre die Arbeitslosigkeit struktureller Natur und dem spanischen Staat würde nicht die Möglichkeit gegeben, höhere Defizite im Staatshaushalt zu fahren.

Zunächst wurde in den Publikationen der Europäischen Kommission (z. B. im AMECO-Datensatz) für Spanien eine relativ geringe Unemployment Gap ausgewiesen. Dafür gab es sicherlich auch gute Gründe. Schaut man sich detailliert die Entwicklung der spanischen Beschäftigung in den verschiedenen Sektoren an, so ist insbesondere die Beschäftigung im Bausektor eingebrochen. Wenn man die Meinung vertritt, dass der Bausektor auch nach Bewältigung der akuten Krise niemals mehr solche Dimensionen annehmen wird wie vor der Krise, scheint die Annahme gerechtfertigt, dass der Anstieg der Arbeitslosigkeit auf ein strukturelles Problem hindeutet.

Dies bedeutet jedoch auch: Wenn nur ein geringes bzw. kein konjunkturelles Problem vorliegt, darf der spanische Staatshaushalt auf Grund des Stabilitäts- und Wachstumspakts nur ein Defizit von maximal 0,5 % aufweisen (Kafsack 2013).

Änderung der Methode wird kontrovers diskutiert

In einem sehr lesenswerten Artikel mit dem Titel *"Breaking News: High*

European Unemployment Is Due to Recession" kritisiert Dalton (2013) die Ansicht der Europäischen Kommission, dass die extrem hohe Arbeitslosigkeit in Spanien *kein* konjunkturelles Phänomen sei. Er führt aus, dass nach der im Herbst 2013 genutzten Methode zur Berechnung der natürlichen Höhe der Arbeitslosigkeit diese in Spanien auf 23,7 % geschätzt wurde. Bei einer Arbeitslosenquote von 27 % würde daraus eine Unemployment Gap von nur 3,3 % folgen.

Dalton (2013) weist auch auf eine neue Berechnungsmethode hin, nach der die natürliche Höhe der Arbeitslosenquote für Spanien auf ca. 15 % geschätzt werden könnte. Dies würde die Unemployment Gap auf ca. 12 % erhöhen und somit dem spanischen Staat viel mehr Raum geben, ein höheres Defizit im Staatshaushalt zu fahren.

Während Dalton (2013/2014) im amerikanischen Wall Street Journal die Ansicht vertritt, dass diese Entscheidung richtig und überfällig ist, vertritt Kafsack in der deutschen Frankfurter Allgemeinen Zeitung eine etwas andere Sichtweise. Er titelt: *"EU will Haushaltsdefizite kleiner rechnen"* und führt aus: *"Krisenstaaten mit hoher Arbeitslosigkeit dürfen auf mehr Milde hoffen. Denn die EU will ihre Defizitzahlen drücken – indem sie die Rechenweise ändert."*

Somit wird deutlich, dass es für einen angehenden Makroökonomen sehr wichtig ist, sich mit der Methodik zur Berechnung der natürlichen Höhe der Arbeitslosigkeit auseinanderzusetzen.

3 Das Hodrick-Prescott-Filterverfahren

Um von der gemessenen Arbeitslosenquote zur natürlichen Arbeitslosenquote zu kommen, muss man also die konjunkturell bedingten, zyklischen Effekte herausrechnen: Immer dann, wenn der Konjunkturzyklus oberhalb von 100 % ist, ist die gemessene Arbeitslosenquote "unnatürlich" gering (die natürliche Arbeitslosenquote also größer als die gemessene). Wenn der Konjunkturzyklus unterhalb von 100 % ist, ist die gemessene Arbeitslosenquote "unnatürlich" hoch (die natürliche Arbeitslosenquote also geringer als die gemessene).

Zur Analyse dieses Zusammenhangs hat sich ein ganzes Forschungsfeld entwickelt: Stehen beispielsweise die geschätzten Parameter α und β sowie die Output Gap $(y_t - y_{nt})$ aus Gleichung (3) zur Verfügung, kann man die Unemployment Gap $U_t - U_{nt}$ berechnen und über die Differenz zur gemessenen Arbeitslosenquote die natürliche Arbeitslosenquote bestimmen. Die Output Gap steht jedoch auch nicht einfach zur Verfügung, weil die natürliche Höhe des BIPs y_{nt} ebenfalls nicht bekannt ist und genauso vom Konjunkturzyklus abhängt. Die Katze beißt sich also in den Schwanz. Als pragmatischer Ansatz hat sich stattdessen ein statistisches Verfahren etabliert, das nach seinen Erfindern Hodrick und dem Nobelpreisträger Prescott benannt ist: Der Hodrick-Prescott-Filter (HP-Filter).

3.1 Beschreibung des HP-Filters

Die Arbeitslosenquote (U_t) wird zunächst logarithmiert: $u_t = ln(U_t)$. Nun wird angenommen, dass sich u_t aus einer Trendkomponente τ_t und einer zyklischen Komponente c_t zusammensetzt:

$$u_t = \tau_t + c_t \tag{6}$$

In unserem Beispiel ist u_t die logarithmierte Arbeitslosenquote, der Trend τ die natürliche Höhe der Arbeitslosenquote. Somit ist die Differenz $u_t - \tau_t = c_t$ die Unemployment Gap. Anschließend wird nach jener Trendkomponente τ_t gesucht, die den folgenden Ausdruck minimiert:

$$\sum_{t=1}^{T}(u_t - \tau_t)^2 + \lambda \cdot \sum_{t=2}^{T-1}[(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \tag{7}$$

Zwei Komponenten der Zielfunktion

Die Zielfunktion besteht somit aus zwei Komponenten: Die erste Komponente $\sum_{t=1}^{T}(u_t - \tau_t)^2$ nimmt relativ geringe Werte an, wenn sich die Trendkomponente τ_t relativ eng an die tatsächliche Zeitreihe der logarithmierten Arbeitslosenquote (u_t) anschmiegen würde. Die zweite Komponente $\lambda \sum_{t=2}^{T-1}[(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2$ kann man als Veränderung der Veränderung der Trendkomponente interpretieren. Der Parameter λ stellt einen Gewichtungsfaktor dar und zeigt an, welches Gewicht die zweite Komponente im Vergleich zur ersten Komponente erhalten soll. λ wird auch als Glättungs- oder Smoothing-Parameter bezeichnet.

Diese zweite Komponente der Gleichung würde also einen sehr niedrigen Wert annehmen, wenn sich die Veränderung der Trendkomponente möglichst wenig verändert. Im Extremfall könnte diese Komponente sogar einen Wert von Null annehmen, falls die Veränderung der Trendkomponente über die Zeit konstant wäre. Dies wäre z. B. dann der Fall, wenn τ_t in jedem Quartal jeweils um 0,02 Einheiten ansteigen würde. Dies wird anhand eines Zahlenbeispiels erläutert: Wir nehmen an, dass τ_t in der Periode $t = 1$ den Wert $\tau_t = 2,00$ annimmt, in der Periode $t = 2$ den Wert $\tau_t = 2,02$ und in der Periode $t = 3$ den Wert $\tau_3 = 2,04$. Somit würde die zweite Komponente der Zielfunktion einen Wert von Null annehmen:

$$\begin{aligned} \lambda \cdot [(\tau_3 - \tau_2) - (\tau_2 - \tau_1)]^2 &= \lambda \cdot [(2,04 - 2,02) - (2,02 - 2,00)]^2 \\ &= \lambda \cdot [0,02 - 0,02]^2 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Somit existiert ein Trade-off: Die erste Komponente nimmt geringe Werte an, wenn sich τ_t möglichst gut an u_t anpasst – sich die Trendkomponente somit häufig verändert. Häufige Veränderungen des Trends führen jedoch zu einer Bestrafung über die zweite Komponente in der Zielfunktion.

3.2 HP-Filter in Excel

Im Folgenden wird gezeigt, wie man sich in Excel selbst einen HP-Filter bauen kann. Der Screenshot in Abbildung 2 zeigt den Aufbau des Tabellenblatts:

- Spalte B enthält die Informationen über das jeweilige Quartal.
- Spalte C den Zeitindex t.
- Spalte D enthält die Arbeitslosenquote (U_t) von Spanien im Zeitraum Q1 2005 bis Q4 2017.
- Spalte E enthält die logarithmierte Arbeitslosenquote (u_t). Der erste Wert dieser Zeitreihe wurde in der `Zelle E9` über die Formel `=LN(D)` erzeugt.
- Spalte F enthält die Werte für die Trendkomponente τ_t. Zunächst wurden die Werte in dieser Spalte alle auf einen willkürlichen Startwert von 2,00 gesetzt. Dieser Wert ist natürlich (noch) nicht optimal. Später soll jedoch die Solver-Funktion von Excel eingesetzt werden, um jene Werte von τ_t zu finden, welche die Zielfunktion minimieren.
- In Spalte G wurde der erste Teil der Zielfunktion berechnet. Dazu wurde in `Zelle G9` die folgende Formel `=(E9-F9)^2` eingegeben. In `Zelle G7` wird anschließend mit der Formel `=SUMME(G9:G60)` die Summe über alle Werte in der Spalte G gezogen.
- In Spalte H wurde der zweite Teil der Zielfunktion berechnet. Diesbezüglich ist zu berücksichtigen, dass aufgrund der Lagstruktur der erste Wert erst in der zweiten Periode berechnet werden kann. Die `Zelle H9` (aber auch die letzte `Zelle H60`) wurde schwarz eingefärbt, damit man nicht aus Versehen die Formel falsch initiiert. Somit wurde die Formel `=E3*((F11-F10)-(F10-F9))^2` in `Zelle H10` hinterlegt. In `Zelle H7` wird anschließend wieder die Summe über alle Werte in der Spalte H gezogen `=SUMME(H10:H59)`. Der gesamte Wert der Zielfunktion wird in `Zelle H4` über die Formel `=G7+H7` berechnet.

- Spalte I enthält noch einmal die Höhe der Arbeitslosenquote (U_t).
- Spalte J: Da uns später nicht der logarithmierte Wert der natürlichen Arbeitslosenquote (τ) interessiert, sondern das normale Level der Arbeitslosenquote (TAU), wird diese in `Zelle J9` über die Formel `=EXP(F9)` berechnet.
- In Spalte K wird die Differenz zwischen der Arbeitslosenquote und der natürlichen Höhe der Arbeitslosigkeit berechnet. Somit enthält diese Spalte die Unemployment Gap (Formel: `=I9-J9` in `Zelle K9`).

Im Anschluss wurde noch eine Abbildung erzeugt, in der die Arbeitslosenquote (U_t), die natürliche Höhe der Arbeitslosenquote (TAU_t) und die Unemployment Gap ($U_t - TAU_t$) über die Zeit geplottet wird.

Initialisierung des Excel-Solvers

Es sei angemerkt, dass die Werte für τ_t zurzeit noch nicht optimal sind. Das heißt, die Funktion aus Gleichung (7) wurde noch nicht minimiert. Dies soll nun über den sogenannten Excel-Solver erfolgen. Die Zielzelle befindet sich in `Zelle H4`. Es handelt sich dabei um den Funktionswert der Zielfunktion. Das Optimierungsproblem ist ein Minimierungsproblem, so dass der Punkt bei Minimierung (Min) gesetzt werden muss. Als "veränderbare Zellen" wird die Spalte mit allen Werten von τ_t markiert ($F\texttt{9:}F\texttt{60}$). Anschließend drückt man den "Lösen"-Knopf und Excel würfelt solange neue Zahlen für τ_t, bis am Ende die Zielzelle einen minimalen Wert annimmt (siehe Abbildung 3).

– Abbildung 3 hier einfügen –

Alle Zellen, die sich direkt oder indirekt auf die τ_t-Zeitreihe beziehen, verändern sich. Insbesondere verändert sich auch die in Abbildung 2 dargestellte Grafik. Wählt man z. B. den Glättungsparameter $\lambda = 1600$, so entsteht Abbildung 4.

– Abbildung 4 hier einfügen –

Frage 3: In Abbildung 2 sehen Sie, dass vor der Optimierung der Zielfunktionswert bei 42,496 liegt. Welchen Wert erreichen Sie, wenn Sie wie angezeigt mit $\lambda = 1600$ optimieren? Hinweis: Besuchen Sie dazu u. U. die Website der OECD und rufen Sie das "Economic Outlook No. 98" auf:

`https://stats.oecd.org/viewhtml.aspx?datasetcode=EO98_INTERNET&lang=en#`

Suchen Sie unter "Variable" im Bereich "Labour markets" (relativ weit unten) die Variable "Unemployment rate". Klicken Sie anschließend auf "Frequency" und wählen Sie unter "Quarterly" den Zeitraum "2005 Q1" bis "2017 Q4" aus. Nach Klick auf "View Data" können Sie die Daten für "Spain" einfach kopieren, in Excel einfügen und Ihren eigenen HP-Filter wie beschrieben konstruieren.

Die Daten sind auch in einem Excel-File unter
`www.wiwi.europa-uni.de/en/forschung/publikationen-projekte/dp/2019.html`
verfügbar.

3.3 Variationen des λ-Parameters

Szenario I: Glättungsparameter (λ) sehr klein

Um eine Intuition für den Einfluss einer Variation des Parameters (λ) auf die Ergebnisse zu gewinnen, bietet es sich an, extreme Werte für (λ) einzusetzen. In einem ersten Schritt sei angenommen, dass ($\lambda = 0$) gewählt wird. Somit besteht die Zielfunktion nur aus dem ersten Teil. Es erfolgt also keine Bestrafung über den zweiten Teil der Zielfunktion, falls die Trendkomponente allzu oft verändert wird. Vielmehr kann τ sich verändern, so häufig es will, ohne dass man über den zweiten Teil der Zielfunktion eine Bestrafung erfährt.

Schaut man sich nun den ersten Teil der Zielfunktion an, so wird deutlich, dass es am besten wäre, wenn τ_t sich vollständig an u_t anpassen würde. In diesem Fall wäre dann auch der erste Summenausdruck aus der Zielfunktion gleich null. Somit würde sich die natürliche Höhe der Arbeitslosigkeit vollständig an die tatsächliche Höhe der Arbeitslosigkeit anpassen, sodass die Unemployment Gap den Wert Null annehmen würde.

– Abbildung 5 hier einfügen –

Setzt man also in Excel die `Zelle E3` gleich Null ($\lambda = 0$) und optimiert anschließend erneut über den Solver, so resultiert Abbildung 5: Die Linien von T_t und U_t liegen übereinander, so dass man die tatsächliche Arbeitslosenquote (blaue Linie) gar nicht sehen kann.

Szenario II: Glättungsparameter (λ) sehr groß

In einer zweiten Sensitivitätsanalyse sei angenommen, dass (λ) einen sehr hohen Wert annimmt. In diesem Fall würde eine Veränderung der Veränderung von τ_t über den zweiten Teil der Zielfunktion eine große 'Bestrafung' auslösen, denn jede Veränderung wird ja mit λ multipliziert. Selbst kleine Veränderungen der Veränderung von τ_t führen somit zu einer großen Bestrafung. Somit wäre es gut, entweder τ_t konstant zu setzen oder τ_t in jeder Periode um den gleichen Wert ansteigen zu lassen.

Doch welcher Wert wäre in diesem Szenario optimal? Die Antwort auf diese Frage liefert der erste Teil der Zielfunktion: Die Werte für τ_t sind so zu wählen, dass $\sum_{t=1}^{T}(u_t - \tau_t)^2$ möglichst einen geringen Wert annimmt. Dies ist genau dann der Fall, wenn man für τ_t den Zeittrend der Arbeitslosenquote (u_t) einsetzt. Würde die Arbeitslosenquote (u_t) keinen Trend aufweisen, so würde man für τ_t faktisch den Mittelwert von der tatsächlichen Arbeitslosenquote einsetzen. In unserem Beispiel weist jedoch die Arbeitslosenquote von Spanien einen deutlichen positiven Zeittrend auf. Deshalb wird τ_t in unserem Beispiel so gewählt, dass τ_t praktisch in jedem Quartal mit einem konstanten Wert ansteigt.

– Abbildung 6 hier einfügen –

Variiert man in Excel die `Zelle E3` erneut ($\lambda = 100.000$) und optimiert anschließend, so resultiert daraus Abbildung 6: Die natürliche Höhe der Arbeitslosenquote folgt praktisch einem linearen Trend. Als Folge weist die

Unemployment Gap eine hohe Volatilität auf. In diesem Szenario könnte somit die Unemployment Gap im Jahr 2013 sogar Werte bis zu 10 % annehmen. Dies entspricht eher jenen Werten, die sich in der realen Welt einstellen, nachdem die Europäische Kommission die Berechnungsmethode in 2013/2014 verändert hat.

Frage 4: Es bleibt somit unklar, welche Wahl für den Parameter λ sinnvoll ist. Für die Wahl gibt es keine theoriebestimmte Regel, sondern nur anerkannte Faustformeln. Ravn/Uhlig (2002) schlagen vor, für Daten auf Monats-, Quartals- oder Jahresbasis folgende Regel anzuwenden, um λ zu bestimmen: $\lambda = 1600 \cdot (\text{Beobachtungen pro Jahr}/4)^4$

Welche Werte würde λ nun für Daten auf Monats-, Quartals- oder Jahresbasis annehmen?

4 Zusammenfassung

Der HP-Filter stellt ein leicht zugängliches Werkzeug dar, um in der empirischen Makroökonomik natürliche Arbeitslosenquoten, Unemployment Gaps oder auch Output Gaps berechnen zu können. Die willkürliche Wahl des Parameters λ wird hierbei ebenso kritisiert wie das Verhalten des Filters an den "Rändern", wobei hierzu verfeinerte Verfahren bereitstehen (Bruchez 2003). HP-Filter sind ein nützliches und anerkanntes Werkzeug und gehören ins Repertoire eines jeden wissenschaftlich arbeitenden Makroökonomen.

Literatur

Ball, Laurence, Leigh, Daniel; Loungani, Prakash (2017): Okun's Law: Fit at 50? Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 49, No. 7, 1413 – 1441.

Bernanke, Ben S. (2015): The Taylor rule: a benchmark for monetary policy? The Brookings Institution, Washington, DC. April 28, 2015.

www.brookings.edu/blog/ben-bernanke/2015/04/28/the-taylor-rule-a-benchmark-for-monetary-policy

Blanchard, Olivier; Illing, Gerhard: (2006): Makroökonomie. 4. Auflage, Pearson Studium.

Bruchez, Pierre-Alain (2003): A Modification of the HP Filter Aiming at Reducing the End-Point Bias, Eidgenössische Finanzverwaltung, Working Paper, 18. August 2003.

Dalton, Matthew (2013): Breaking News: High European Unemployment Is Due to Recession. The Wall Street Journal, October 29, 2013.

https://blogs.wsj.com/brussels/2013/10/29/breaking-news-high-european-unemployment-is-due-to-recession/

Dalton, Matthew (2014): EU Governments Agree on Change to Structural Budget Balance Calculation. The Wall Street Journal, March 20, 2014.

www.wsj.com/articles/eu-governments-agree-change-to-structural-budget-balance-calculation-1395321675

Gabler Wirtschaftslexikon (2019): Strukturelles Defizit.

https://wirtschaftslexikon.gabler.de/definition/strukturelles-defizit-46668

Hodrick, Robert; Prescott, Edward C. (1997): Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation, Journal of Money, Credit, and Banking, Vol. 29 (1), 1 – 16.

Kafsack, Hendrik (2013): EU will Haushaltsdefizite kleiner rechnen – Krisenstaaten mit hoher Arbeitslosigkeit dürfen auf mehr Milde hoffen. Denn die EU will ihre Defizitzahlen drücken – indem sie die Rechenweise ändert. Frankfurter Allgemeine Zeitung (FAZ), 20.09.2013.

Nechio, Fernanda (2011): Monetary policy when one size does not fit all. FRBSF Economic Letter 2011-18. June 13, 2011.

www.frbsf.org/economic-research/publications/economic-letter/2011/june/monetary-policy-europe

Ravn, Morten; Uhlig, Harald (2002): On adjusting the Hodrick-Prescott filter for the frequency of observations, The Review of Economics and Statistics, Vol. 84 (2), 371 – 376.

Taylor, John B. (1993): Discretion versus policy rules in practice, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Vol. 39, 195 – 214.

Antworten

Antwort 1: Wenn sich die Volkswirtschaft im Gleichgewicht befindet, stimmt die tatsächliche Arbeitslosenquote mit der natürlichen Höhe der Arbeitslosenquote überein, so dass die Unemployment Gap den Wert Null annimmt. Im Gleichgewicht sollte auch die tatsächliche Inflationsrate mit dem Inflationsziel übereinstimmen ($p = p^* = 2\%$. Somit folgt aus der Gleichung (1):

$$TR = r^* - 0,5 \cdot p^* + 1,5 \cdot p - 1 \cdot (U - U_n) = 2 - 0,5 \cdot 2 + 1,5 \cdot 2 - 1 \cdot 0 = 4$$

Im Gleichgewicht sollte der Leitzins den Wert von 4 % annehmen.

Antwort 2: Der Okun Zusammenhang war gegeben durch:
$U_t - U_{t-1} = \alpha + \beta \cdot \Delta rBIP\%_t + \varepsilon_t$
Setzt man die Werte ein, so folgt: $\widehat{U_t - U_{t-1}} = 1 + (-2) \cdot 1 = 1 - 2 = -1$, die Arbeitslosenquote sinkt in dieser Phase um einen Prozentpunkt. Nimmt hingegen der Achsenabschnitt einen geschätzten Wert von $\hat{\alpha} = 2$ an, so ergibt sich $\widehat{U_t - U_{t-1}} = 2 + (-2) \cdot 1 = 2 - 2 = 0$. Die Arbeitslosenquote verändert sich also nicht.

Antwort 3: Wenn Sie alles richtig gemacht haben, erhalten Sie einen Zielfunktionswert zwischen 1 und 2. Der exakte Wert kann je nachdem, wie Sie Ihre Startwerte wählen, variieren. Falls Sie sich dafür entscheiden, für die Spalte τ lauter Zweien zu nehmen (wie im Beispiel hier) sollten Sie nach erfolgter Optimierung den Wert 1,055 erhalten.

Antwort 4: Die Faustformel lautet:
$\lambda = 1600 \cdot (\text{Beobachtungen pro Jahr}/4)^4$
Bei Monatsdaten (12 Beobachtungen pro Jahr) ergibt sich somit $\lambda = 1600 \cdot (12/4)^4 = 1600 \cdot 81 = 129.600$, bei Jahresdaten hingegen $\lambda = 1600 \cdot (1/4)^4 = 6,25$. Bei Quartalsdaten bleibt es bei $\lambda = 1600 \cdot (4/4)^4 = 1600$.

Abbildung 1: Auslastungsgrad in % des Produktionspotentials

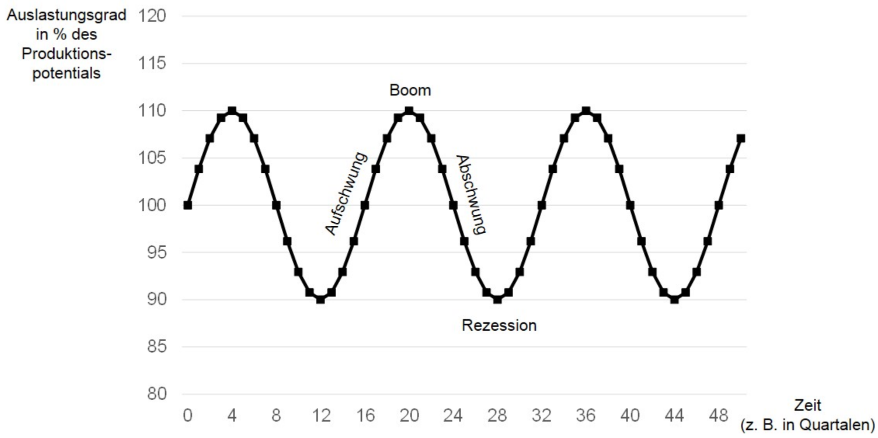
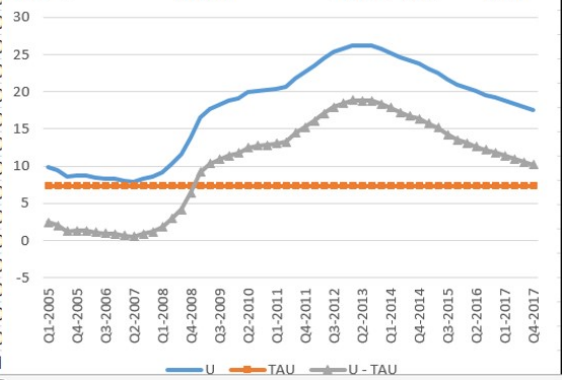


Abbildung 2: Screenshot: Aufbau des Tabellenblatts

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2								1. Summe + 2. Summe			
3				lambda	1600			Zielzelle min!			
4								**42.496**			
5		Spanien									
6				Mittelwert U	Mittelwert u		**1. Summe**	**2. Summe**			Unemployment
7				17.81	2.803		**42.496**	**0.000**			Gap
8		Time	t	U	u = ln(U)	tau		lambda * [(tau - tau) - (tau - tau)]	U	TAU	U - TAU
9		Q1-2005	1	9.84	2.286	2.000	0.0821		9.84	7.39	2.45
10		Q2-2005	2	9.43	2.244	2.000	0.0595	0.0000	9.43	7.39	2.04
11		Q3-2005	3	8.63	2.155	2.000	0.0241	0.0000	8.63	7.39	1.24
12		Q4-2005	4	8.7	2.163	2.000	0.0267	0.0000	8.70	7.39	1.31
13		Q1-2006	5	8.7	2.163	2.000	0.0267	0.0000	8.70	7.39	1.31
14		Q2-2006	6	8.51	2.141	2.000	0.0199	0.0000	8.51	7.39	1.12
15		Q3-2006	7	8.33	2.120	2.000	0.0144	0.0000	8.33	7.39	0.94
16		Q4-2006	8	8.27	2.113	2.000	0.0127	0.0000	8.27	7.39	0.88
17		Q1-2007	9	8.1	2.092	2.000	0				
18		Q2-2007	10	7.96	2.074	2.000	0				
19		Q3-2007	11	8.28	2.114	2.000	0				
20		Q4-2007	12	8.59	2.151	2.000	0				
21		Q1-2008	13	9.2	2.219	2.000	0				
22		Q2-2008	14	10.35	2.337	2.000	0				
23		Q3-2008	15	11.59	2.450	2.000	0				
24		Q4-2008	16	13.84	2.628	2.000	0				
25		Q1-2009	17	16.61	2.810	2.000	0				
26		Q2-2009	18	17.76	2.877	2.000	0				
27		Q3-2009	19	18.29	2.906	2.000	0				
28		Q4-2009	20	18.77	2.932	2.000	0				
29		Q1-2010	21	19.18	2.954	2.000	0				
30		Q2-2010	22	19.9	2.991	2.000	0				
31		Q3-2010	23	20.14	3.003	2.000	1				



OECD.Stat export | Tabelle1 | **Tabelle2**

Abbildung 3: Excel-Solver

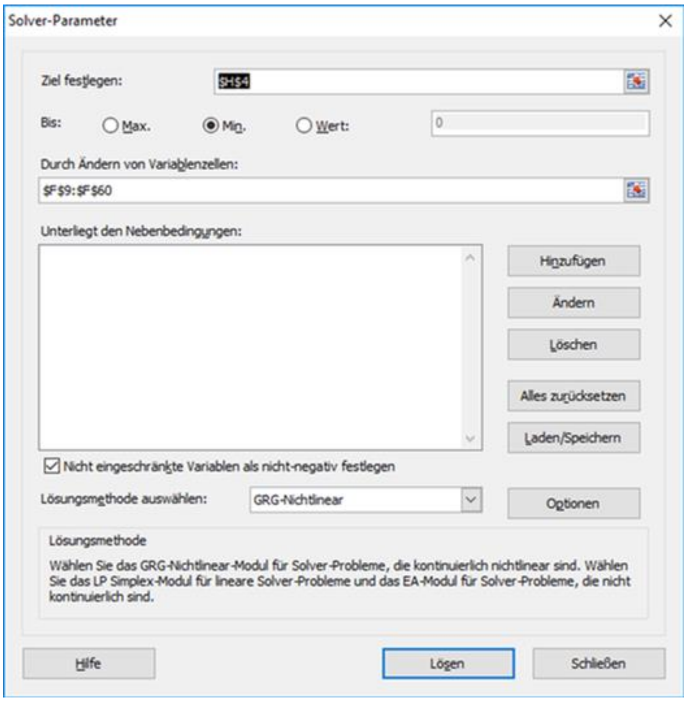


Abbildung 4: Arbeitslosenquote, natürliche Höhe der Arbeitslosenquote und Unemployment Gap ($\lambda = 1600$)

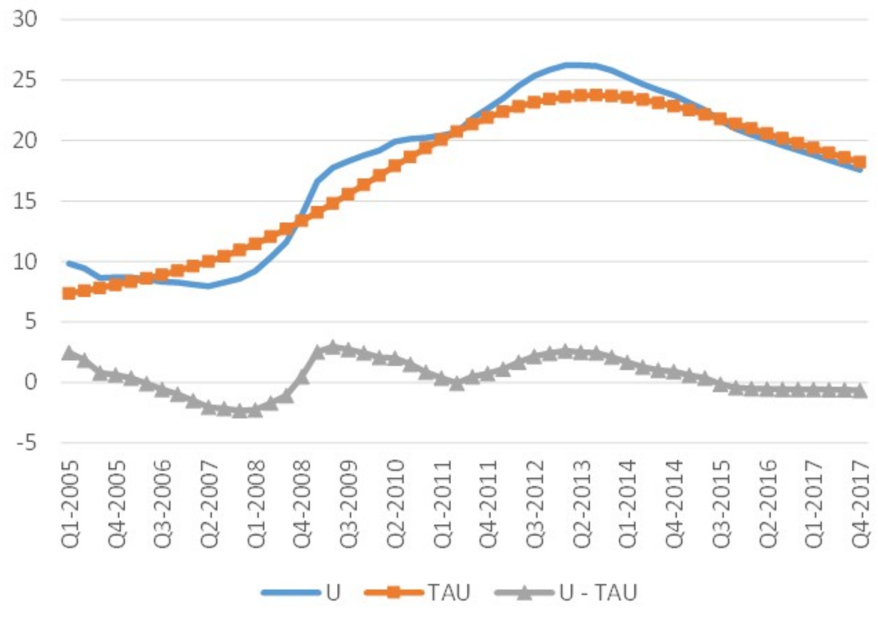


Abbildung 5: Arbeitslosenquote, natürliche Höhe der Arbeitslosenquote und Unemployment Gap ($\lambda = 0$)

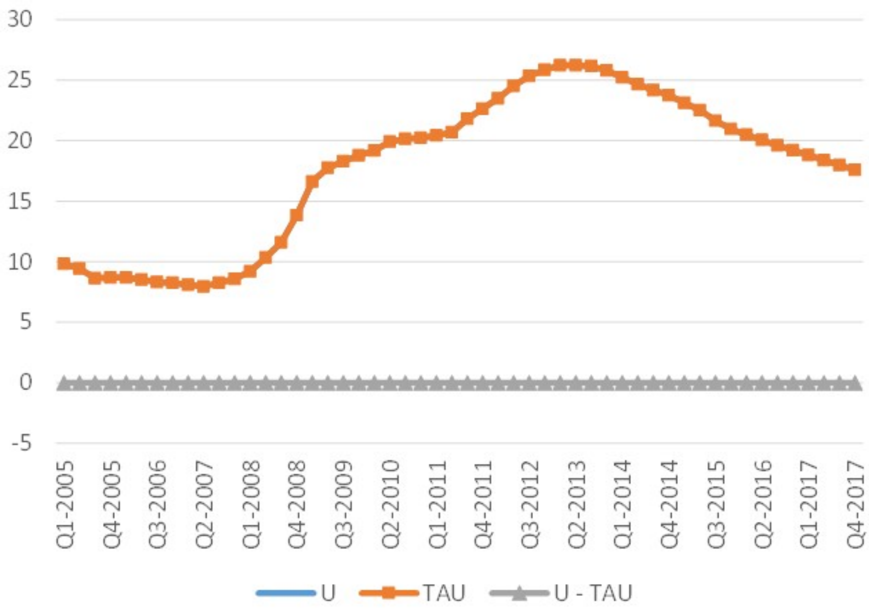


Abbildung 6: Arbeitslosenquote, natürliche Höhe der Arbeitslosenquote und Unemployment Gap ($\lambda = 100.000$)